INSTRUMENTOS GERENCIAIS ACESSÓRIOS AO VAR NA ADMINISTRAÇÃO DE RISCO DE TAXAS DE JUROS

Paulo Beltrão Fraletti (fraletti@risconsult.com.br)
Doutor em Administração de Empresas pela FEA/USP
Professor das Faculdades Ibmec SP e da FGV/EAESP

Paulo Kwok Shaw Sain (psain@uol.com.br)
Mestre em Administração de Empresas pela FEA/USP
Market Risk Manager - ABN AMRO Asset Management

Versão atualizada e revista do trabalho originalmente apresentado e publicado nos anais do IV SemeAd - Seminários em Administração do Departamento de Administração da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo - FEA/USP - Outubro/1999

Resumo

O *Value at Risk* (VaR) é atualmente a ferramenta mais popular na gestão de riscos de mercado. A capacidade de sintetizar, em um único número, a perda financeira esperada com determinado grau de confiança foi determinante na sua recomendação pelo Comitê da Basiléia (BIS) como metodologia para alocação de capital em instituições financeiras. O administrador-especialista necessita, entretanto, ferramentas acessórias que indiquem a origem específica dos riscos e permitam identificar as ações a serem tomadas para a redução dos mesmos.

Este trabalho apresenta, em particular, a aplicação da metodologia *Forward Monetary Duration* na elaboração do hedge de carteiras de renda fixa. Conclui-se que na hipótese de deslocamentos bruscos e não paralelos da estrutura temporal de taxas de juros, mais comuns no mercado brasileiro que em economias mais desenvolvidas, esta solução resulta bem mais robusta e eficiente que alternativas tradicionais como duration. Por ser também uma medida de risco de mercado mais estável que o VaR, apresenta vantagens na alocação e controle de limites operacionais para a tesouraria.

Introdução

Instrumentos financeiros ou carteiras de renda fixa podem ser analisados como uma sequência de fluxos de caixa individuais com vencimento em diversas datas futuras. Cada um destes fluxos equivale a um título simples do tipo *zero coupon*. Portanto, a solução para precificação e análise de risco adotada para o instrumento elementar (*zero coupon*) pode ser facilmente estendida a instrumentos e carteiras mais complexos.

O valor de mercado (P_z) de um título com um único pagamento futuro (FC) é o valor presente deste fluxo. O fator de capitalização $(1 + i)^t$ utilizado no cálculo do desconto financeiro representa o custo de oportunidade do capital para investimento em ativos de mesmo risco.

$$\mathbf{P_z = \frac{FC}{(1+i)^t}}$$

Conseqüentemente, o valor de mercado (P) de um título ou carteira de renda fixa envolvendo múltiplos pagamentos futuros (FC_i) é o somatório do valor presente de cada um destes fluxos. Assumindo-se um fator de capitalização constante (1 + i) por unidade de tempo (t), isto é, uma Estrutura Temporal de Taxas de Juros (ETTJ) uniforme (*flat*), tem-se:

$$\mathbf{P = \frac{FC_1}{(1+i)^{t_1}} + \frac{FC_2}{(1+i)^{t_2}} + ... + \frac{FC_n}{(1+i)^{t_n}}}$$

O risco de oscilação naquele valor de mercado (ΔP), em decorrência de uma variação ("choque") no custo do capital (Δ(1+i)), pode ser quantificado pela diferença entre o valor de equilíbrio inicial (P) e o valor final (P+ΔP), processo conhecido por *full-valuation*.

Conceito de Duration

O problema da intensidade computacional inerente ao processo de *full-valuation*, que o torna excessivamente laborioso quando aplicado a carteiras e/ou instrumentos complexos, foi tradicionalmente contornado com base na aproximação por Duration, conceito inicialmente proposto por Frederick Macaulay em 1938. A duration pode ser definida, economicamente, como uma medida de elasticidade (relação entre variações relativas) da função preço a oscilações no nível da taxa de juros. Algebricamente:

$$\mathbf{D = \frac{-\frac{\Delta P}{P}}{\frac{\Delta(1+i)}{(1+i)}}} \qquad \mathbf{(1)}$$

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho os termos Δ(1+i) e Δi serão utilizados indistintamente:

$$\mathbf{\Delta(1+i) = (1+i_{Final}) - (1+i_{Inicial}) = i_{Final} - i_{Inicial} = \Delta i} \qquad \mathbf{(2)}$$

Para oscilações infinitesimais na taxa de juros ($\Delta i \rightarrow \delta i$) a duration é uma função proporcional à derivada da função preço em relação à taxa de juros. Rearranjando-se a equação (1), redefinindo os valores Δ e considerando (2) tem-se:

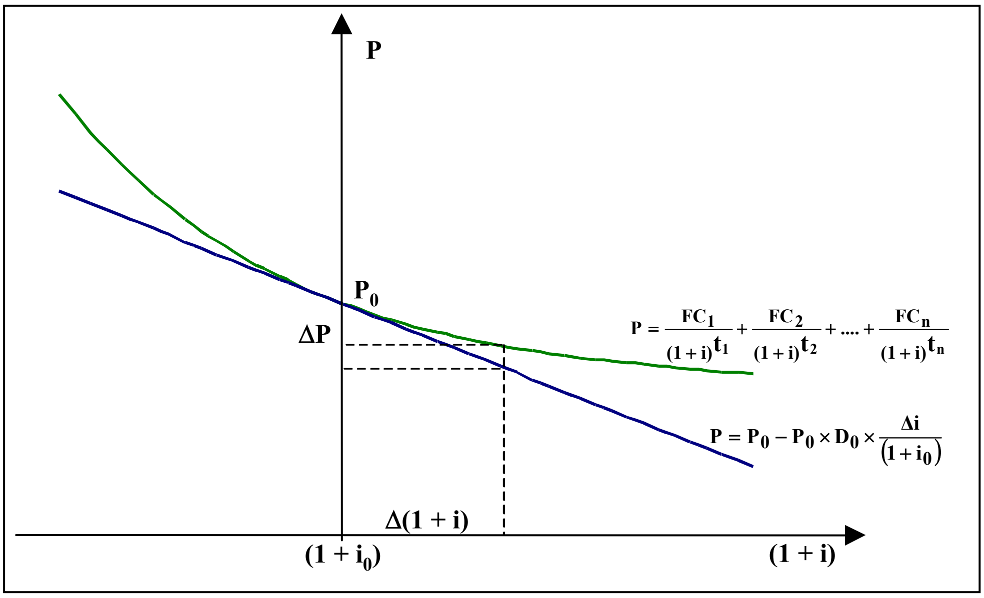
$$\mathbf{D} = -\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{i}} \mathbf{x} \frac{(\mathbf{1}+\mathbf{i})}{\mathbf{P}}$$

Desenvolvendo a função acima obtém-se a equação original da duration:

$$\mathbf{D} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \mathbf{t}_j \times \frac{\mathbf{FC}_j}{(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{t_j}}}{\sum_{j=1}^{n} \frac{\mathbf{FC}_j}{(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{t_j}}}$$

Deve-se ressaltar que, apesar de amplamente utilizado durante décadas por operadores de renda fixa, o *duration model* representa uma aproximação pois assume a existência de uma única taxa i para qualquer prazo (ETTJ *flat*) e, por conseqüência, somente deslocamentos paralelos da curva.

A variação do preço de um ativo de renda fixa não é função linear de oscilações na taxa de juros. Como pode ser visto no gráfico abaixo, a função que relaciona o preço de ativos de renda fixa às taxas de juros é convexa. A duration, por sua vez, é uma medida local de sensibilidade que aproxima o comportamento da função preço no ponto em que foi calculada. Consequentemente, a utilização da duration para projetar oscilações no valor de carteiras é adequada somente para pequenas oscilações de taxas de juros, e quanto mais convexa a curva real maior o erro de estimação baseado na aproximação linear.



A função linear que descreve a tangente à curva no ponto em análise é uma variante da equação (3) abaixo que pode ser facilmente deduzida. Rearranjando-se a equação (1) e considerando-se (2) obtém-se a relação que permite a estimação direta da variação no valor de qualquer carteira de renda fixa (ΔP) dada uma oscilação (Δi) na taxa de juros de equilíbrio inicial (i_0):

$$\Delta P = P_0 \times (-D_0) \times \frac{\Delta i}{(1 + i_0)} \tag{3}$$

ΔP = impacto no valor de mercado da carteira/título para dada oscilação na taxa de juros (Δi)
P_0 = valor de mercado atual = Σ VP(FC)
D_0 = duration da carteira calculada para i = i_0

Monetary Duration (MD)

Uma forma conveniente e amplamente utilizada de se mensurar o risco de mercado de ativos de renda fixa é verificar o quanto seu valor de mercado se altera (ΔP) no caso de oscilação de um *basis-point* (ou seja, 0,01%) na taxa de juros. Tal medida é internacionalmente conhecida, dentre outras denominações, por DV01 (*dolar-value* ou *delta-value for one basis-point*), PV01 ou PVBP (*present value of a basis-point*) ou *Monetary Duration*.

Algebricamente, a *Monetary Duration* (MD) é um caso particular da equação (3) quando:

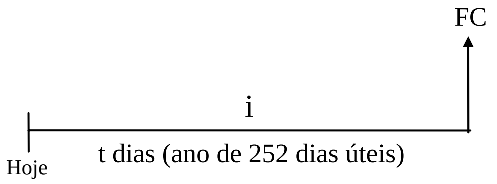
$$\Delta i = 1\,bp = 0{,}01\% = \frac{1}{10.000}$$

$$MD = P_0 \text{ x } \frac{-D_0}{(1 + i_0)} \text{ x } \frac{1}{10.000} \tag{4}$$

O termo [D_0 / (1 + i_0)], conhecido por Duration Modificada (*modified duration*), é largamente utilizado no mercado internacional por operadores de mercado como indicador da sensibilidade de títulos de renda fixa de longo prazo a oscilações nas taxas de juros.

Spot Monetary Duration (Spot_MD)

Assumindo-se a aplicação do modelo a um instrumento *zero coupon*, a variação no nível da taxa de juros (Δi) representa um choque na taxa à vista (ou taxa *spot*) relativa ao prazo com início na data da análise e vencimento na data de pagamento do fluxo de caixa. Analisando-se cada termo da equação (4) no contexto de algumas convenções adotadas no mercado brasileiro tem-se:



i = taxa *spot* expressa na convenção do Banco Central (taxa anual, no regime de capitalização composta por dias úteis na base anual de 252 dias)

a) P = valor de mercado atual = valor presente do fluxo de caixa futuro

$$P = \frac{FC}{(1 + i)^{\frac{t}{252}}} \tag{5}$$

Fator de capitalização anual

fração de anos $= \dfrac{\text{t medido em dias úteis}}{\text{252 dias úteis}}$

b) Como a taxa (i) é expressa em base anual, deve-se calcular a duration em anos:

$$\mathbf{D} = \frac{\Sigma \mathbf{Pi \ x \ Ti}}{\Sigma \mathbf{Pi}} \rightarrow \text{Para o caso de um único fluxo de caixa: } \mathbf{D} = \frac{\mathbf{P \ x \ T}}{\mathbf{P}} = \mathbf{T \ (anos)}$$

$$\mathbf{D} = \frac{\mathbf{t}}{\mathbf{252}} \qquad \mathbf{(6)}$$

c) O fator (1+i) é o denominador do termo da equação (3) que exprime a variação relativa no fator de capitalização. Optando-se por representar Δi como a variação de 1 *basis-point* na taxa ***anual efetiva*** (base 252), por coerência (1 + i) deverá ser o fator de capitalização para 252 dias.

Substituindo-se (5) e (6) na equação (4) obtem-se:

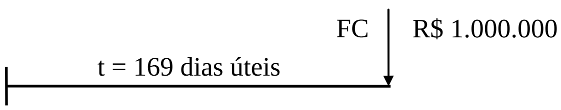
$$\mathbf{Spot\_MD} = \frac{\mathbf{FC}}{(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{\frac{t}{252}}} \ \mathbf{x} \ \frac{\frac{-\mathbf{t}}{\mathbf{252}}}{(\mathbf{1}+\mathbf{i})} \ \mathbf{x} \ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10.000}}$$

e finalmente a equação do **Spot_MD para incremento de 1 bp na taxa anualizada**

$$\mathbf{Spot\_MD} = \mathbf{FC \ x} \left\{ \frac{-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{252}}}{(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{\left[\frac{t}{252}+1\right]}} \ \mathbf{x} \ \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10.000}} \right\} \qquad \mathbf{(7)}$$

Demonstração Numérica da Aplicabilidade do Spot_MD

<u>Instrumento</u>: 1.000 LTN com vencimento em 35 semanas



<u>Mercado</u>: A ETTJ em Real apresenta taxas efetivas mensais de 1,60%a.m. (*flat forward yield curve*)

- Taxa efetiva anual corrente = $[(1{,}016)^{12} - 1] \times 100$ = 20,9830%a.a.
- Cenário de elevação de 1 bp na taxa anual → Taxa efetiva anual resultante = 20,9930%a.a.

a) Cálculo por *full-valuation*

$$\textbf{Valor presente atual} = \frac{\mathbf{1.000.000}}{(\mathbf{1{,}209830})^{\frac{169}{252}}} = \mathbf{R\$ \ 880.080{,}02}$$

$$\textbf{Valor presente ao se confirmar o cenário de elevação de 1 bp} = \frac{\mathbf{1.000.000}}{(\mathbf{1{,}209930})^{\frac{169}{252}}} = \mathbf{R\$ \ 880.031{,}24}$$

$$\text{Spot\_MD} = \frac{\text{Variação no valor presente da carteira}}{\text{para elevação de 1bp na taxa anual}} = \frac{\text{Valor Presente}}{\text{no Cenário}} - \frac{\text{Valor Presente}}{\text{Atual}}$$

Spot_MD *Full-Valuation*	=	- R$ 48,78

b) Cálculo pela equação (7):

$$\mathbf{Spot\_MD} = \mathbf{1.000.000\ x} \left\{ \frac{-\frac{\mathbf{169}}{\mathbf{252}}}{(\mathbf{1{,}209830})^{\left[\frac{169}{252}+1\right]}} \mathbf{\ x\ } \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{10.000}} \right\} = \mathbf{-\ 48{,}78}$$

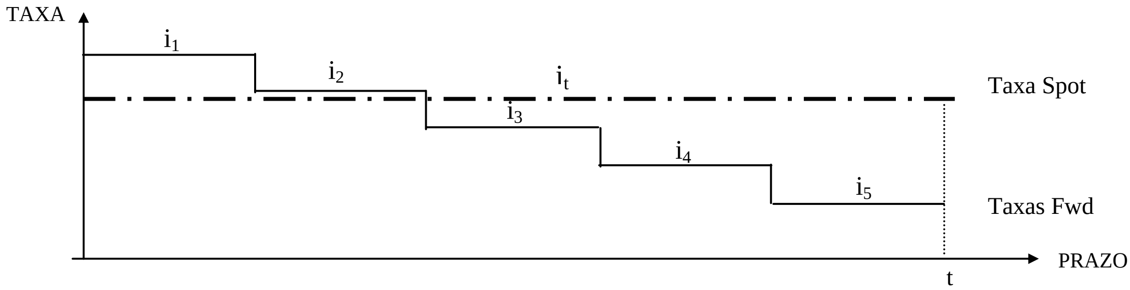
Spot_MD Equação (7)	=	- R$ 48,78

Forward Monetary Duration (Fwd_MD)

A maior limitação do modelo de duration para análise de risco de renda fixa reside na hipótese de que a ETTJ seja *flat*, e que ela assim permanece após todo e qualquer choque (isto é, os deslocamentos são sempre paralelos). Embora seja um conceito amplamente utilizado na literatura e na prática do mercado internacional, como bem mostra Fabozzi (2000), esta é uma simplificação implausível nas situações práticas usualmente encontradas no mercado brasileiro.

Tal restrição é minimizada ao se permitir que trechos parciais da ETTJ possam oscilar de maneira diferenciada. Como a formação das taxas de juros no Brasil ocorre de forma discreta no tempo (em função de alterações esporádicas na taxa Selic do Banco Central) esta flexibilização torna o modelo mais aderente à realidade, ainda que se imponha a cada uma destas parcelas (individualmente) a condição de paralelismo nos movimentos.

A taxa de juros *spot* para determinado prazo representa, na realidade, a composição temporal de taxas *forward* (taxas a termo) para sub-períodos contidos naquele prazo. Assim, o risco de mercado de instrumentos *zero coupon* pode ser quantificado, de forma seletiva, para variações em cada uma das taxas a termo i_j que compõem a taxa à vista i_t.



Denomina-se *forward monetary duration* a medida de quanto se altera o valor de mercado (ΔPj) de ativos de renda fixa no caso de oscilação de um *basis-point* em determinada taxa de juros a termo i_j (mantendo-se invariado o restante da ETTJ). Existem, na prática, tantas Fwd_MD quantas forem as taxas *forward* que se deseje considerar na análise.

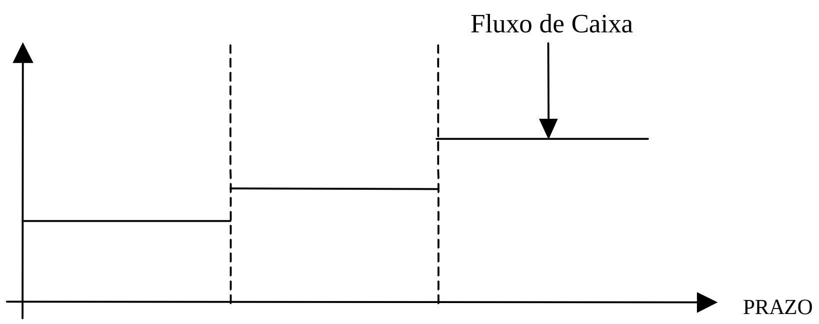
Time-Bucketing

O conceito de *forward monetary duration* é importante quando se tem por objetivo a modificação, de forma diferenciada, das exposições de uma carteira de renda fixa bastante complexa de modo a fazer frente a possíveis variações não triviais na ETTJ, como por exemplo uma forte elevação das taxas de curto prazo concomitantemente à leve redução das taxas de longo prazo (translação e rotação da ETTJ).

Nos modelos de mensuração de risco de mercado, como o representado pela equação (3), podem-se identificar duas componentes principais. A primeira depende das características da carteira, que pode ser sintetizada pelo valor de mercado atual P_0 e pela duration D_0, processo denominado modelagem de dados internos ou simplesmente Modelo Interno. A segunda, dada pela variável Δi, representa o comportamento do fator de risco (taxas de mercado) e seu estudo é denominado modelagem dos dados externos, ou Modelo Externo. Enquanto esta última é exógena e não controlável, as variáveis internas podem ser modificadas para enquadramento do risco nos limites pré-estabelecidos.

As alterações que se queira promover no perfil de risco de determinada carteira podem ser introduzidas, de forma mais eficiente, através de operações com derivativos. Resulta lógico, portanto, que o seccionamento da ETTJ (com a finalidade de análise) seja feito com base nos vencimentos-padrão dos instrumentos de hedge disponíveis no mercado. Conseqüentemente, o *time-bucketing* das exposições (isto é, a agregação das informações em determinados períodos de tempo futuros) deve coincidir com os intervalos entre vencimentos de instrumentos de hedge (isto é, DI-futuros e Swaps) com liquidez aceitável.

Deve-se notar que tal critério de agrupamento está focado no comportamento das taxas de juros (oscilações na ETTJ) descritos pelo Modelo Externo, ao contrário de metodologias de gestão de risco de mercado tradicionais (do tipo descasamento por faixa de vencimento) orientadas ao perfil dos fluxos de caixa (Modelo Interno). Segundo este último conceito a carteira de um único fluxo de caixa ilustrada abaixo sensibiliza somente o terceiro *bucket* analisado, ao passo que três *buckets* são relevantes na análise por *forward monetary duration*. Busca-se mensurar os impactos no valor da carteira em decorrência de fenômenos exógenos e não controláveis (choques diferenciados na estrutura de taxas de juros).



Esta metodologia é também conceitualmente consistente com os modelos de *value at risk* (VaR), pois é baseada na análise quantitativa (e na existência de instrumentos de hedge) por fator de risco. As taxas a termo podem ser vistas, portanto, como sub fatores de risco da taxa prefixada.

O ANEXO I ilustra a aplicação dos conceitos anteriormente apresentados a uma carteira composta por apenas três fluxos de caixa com vencimentos não coincidentes com os contratos DI de 1 dia. Segue descrição analítica do seu conteúdo:

- Quadro I – Dados de Mercado (Modelo Externo): neste quadro encontram-se as informações referentes aos quatro primeiros vencimentos de contratos futuros DI de 1 dia. Além de representarem os instrumentos disponíveis para hedge, são utilizados para obtenção das taxas de juros *spot* e *forward* de mercado.
- Quadro II – Carteira (Modelo Interno e MTM): neste quadro são apresentadas as informações referentes aos fluxos de caixa da carteira, e o valor de mercado (MTM) de cada um deles.
- Quadro III – Novos Fatores de Desconto para Variações de 1bp na Taxa *Forward* do Mês M: aqui estão apresentados os novos fatores de desconto resultantes de uma hipotética oscilação positiva de um *basis-point* em cada taxa *forward* mensal. Para exemplificar, o valor de mercado de R$1 a ser recebido no dia 18/06/04 (2º fluxo) equivale a R$ 0,9743528 (ver Quadro II, linha 3, coluna 7). Caso a taxa *forward* do mês 05 suba um *basis-point*, ou seja, passe de 15,70% (ver Quadro I, linha 3, coluna 6) para 15,71%, o valor de mercado cairá para R$ 0,9743458 (ver Quadro III, linha 3, coluna 3).
- Quadro IV – Fwd_MD por *Full Valuation* para os Fluxos de Caixa da Carteira: os valores apresentados nas colunas 2 a 5 representam os ΔMTM, para cada fluxo de caixa, resultantes de uma oscilação positiva de um *basis-point* na taxa *forward* de cada mês. Utilizando-se o mesmo exemplo anterior, quando a taxa *forward* do mês 05 passa de 15,70% para 15,71% (e, consequentemente, o fator de desconto do 2º fluxo passa de 0,9743528 para 0,9743458), o valor de mercado do fluxo com vencimento em 18/06/04 diminui em R$ 701,74 (ver Quadro IV, linha 3, coluna 3). A coluna 6 (Total Fwd_MD) representa a variação total no valor de mercado de cada fluxo de caixa para oscilações positivas (isoladas) de um *basis-point* em cada taxa *forward* (isto é, representa a soma algébrica das colunas anteriores). Na coluna 7 (Δ1bp Taxa *Spot*) encontram-se os ΔMTM para o caso de uma oscilação positiva de um *basis-point* na taxa *spot* com vencimento coincidente com o do fluxo (Quadro II, coluna 6). Por fim, na coluna 8 (Spot_MD) encontram-se os valores relativos à aplicação da equação (7). As diferenças encontradas entre as colunas 6 e 7 podem ser explicadas pelo fato de oscilações de 1bp em todas as taxas *forwards* representarem um impacto ligeiramente superior a 1bp na taxa *spot*. As diferenças entre os valores das colunas 7 e 8 justificam-se por ser esta última uma aproximação linear daquelas representadas na coluna 7 (ver figura ilustrativa no Item 1 deste trabalho), sendo válida somente para pequenas variações na taxa de juros.
- Quadro V – Novos PU's para Variações de 1 bp na Taxa *Forward* do Mês M: os números aqui apresentados equivalem aos do Quadro III e representam novos preços de equilíbrio para cada um dos contratos futuros DI de 1 dia.
- Quadro VI – Fwd_MD por *Full Valuation* para uma Unidade dos DI-futuros: equivale ao Quadro IV e representa os ΔMTM sofridos por uma unidade de cada contrato DI-futuro resultantes de oscilação positiva de um *basis-point* na taxa *forward* de cada mês. Estes valores serão retomados no ANEXO II para ilustração do hedge por Fwd_MD.

Hedge com Uso de Fwd_MD

O processo de hedge de determinada carteira de renda fixa equivale à obtenção das quantidades de instrumentos derivativos a serem operados de modo que, na eventualidade de ocorrência de variações aleatórias na ETTJ, haja equivalência entre o ΔMTM da carteira e o ΔMTM dos instrumentos de hedge contratados (obviamente com sinais opostos).

Exemplificando, a quantidade de contratos DI de 1 dia a serem comprados/vendidos para se efetivar o hedge em determinado $bucket_j$ será dada pela relação entre os seguintes valores:

a) o resultado que o choque de 1 *basis-point* em determinada taxa a termo ($bucket_j$) causa sobre o valor da carteira, isto é, seu Fwd_MD_j;
b) o impacto que o mesmo choque causa sobre o valor de uma carteira teórica consistindo na venda/compra de uma unidade do contrato DI-futuro com vencimento na data final do $bucket_j$, e na compra/venda de PU_{longo} / PU_{curto} contratos com vencimento na data inicial do mesmo, isto é, o Fwd_MD_j desta carteira teórica (por construção sensível apenas a oscilações na taxa $forward_j$).

Tal rotina deve ser repetida sucessivamente para cada *time-bucket*. A seqüência de contratos a serem negociados a cada vértice (resultados líquidos) representará a recomendação de hedge para a carteira.

O ANEXO II ilustra esta metodologia de cálculo através das seguintes informações:

- Quadro VI – Fwd_MD por *Full Valuation* para uma Unidade dos DI-futuros: reproduz os valores de Fwd_MD anteriormente calculados por *full valuation* para **uma unidade** de cada contrato DI-futuro utilizável (ANEXO I). Se, por hipótese, for vendida uma unidade do 4º DI e comprada 0,98757714 unidade do 3º DI (quantidade dada pela relação entre o PU_{longo} = 95.840 e o PU_{curto} = 97.045 informados no Quadro I), pode-se demonstrar que a Fwd_MD total desta carteira reduz-se a exatamente zero nos *buckets* dos meses 04 a 06 (tem-se, por exemplo, no $bucket_{06}$ 0,98757714 * 0,69995 – 0,69126 ≅ zero), restando no $bucket_{07}$ o próprio valor indicado na linha 5, coluna 5 do Quadro VI. Este representa o valor de Fwd_MD_j indicado no texto acima para j = 07. A linha 7, acrescentada logo abaixo do Quadro VI, representa estes valores para cada uma das carteiras teóricas de hedge necessárias (pares de DI adjacentes), e seus valores são iguais aos contidos na diagonal do próprio quadro.
- Quadro IV – Fwd_MD por *Full Valuation* para os Fluxos de Caixa da Carteira: reproduz os valores de Fwd_MD anteriormente calculados por *full valuation* para a carteira (ANEXO I). Os valores totais para cada uma das colunas da linha 5 representam os Fwd_MD_j indicados no texto acima.
- Quadro VII – Recomendações para Hedge da Carteira por *Bucket*: neste quadro são apresentados os cálculos das quantidades de contratos DI-futuro a serem comprados/vendidos para se fazer o hedge da carteira a cada $bucket_j$. Para tanto foi empregada a metodologia descrita acima, isto é, os valores na diagonal representam a relação entre os valores (por *bucket*) constantes da linha 5 (Total) do Quadro IV e da linha 7 (Hedge) do Quadro VI. Os valores nas células imediatamente acima resultam da multiplicação do valor na diagonal pelo fator PU_{longo} / PU_{curto} (exemplificando: para o $bucket_{07}$ 430,63 / 0,72504 ≅ 593,94, e 593,94 * 95.840 / 97.045 ≅ 586,56). A coluna 6 (Total Contratos) consolida as quantidades de contrato DI-futuro por vencimento e representa a recomendação de hedge final para a carteira.
- Quadro VIII – Fwd_MD para Carteira de Hedge com DI-futuros: este quadro apresenta nas colunas 2 a 5 os ΔMTM que as posições mantidas para hedge em cada vencimento de DI-futuro sofrem em decorrência de oscilações positivas de um *basis-point* na taxa *forward* de cada mês. Ilustrando, a posição comprada em 593,94 contratos no 4º DI (linha 5, coluna 6 do Quadro VII) apresenta um ganho (Fwd_MD) de 430,63 (593,94 * 0,72504, sendo este último número obtido da linha 5, coluna 5 do Quadro VI) quando a taxa *forward* do mês

07 sobe 1bp. A linha 6 (Total), representa as Fwd_MD_j para cada *bucket*$_j$ da carteira de hedge total. Notar que as perdas sofridas na carteira (linha 5, Quadro IV) são exatamente compensadas pelos ganhos no hedge (linha 6, Quadro VIII).

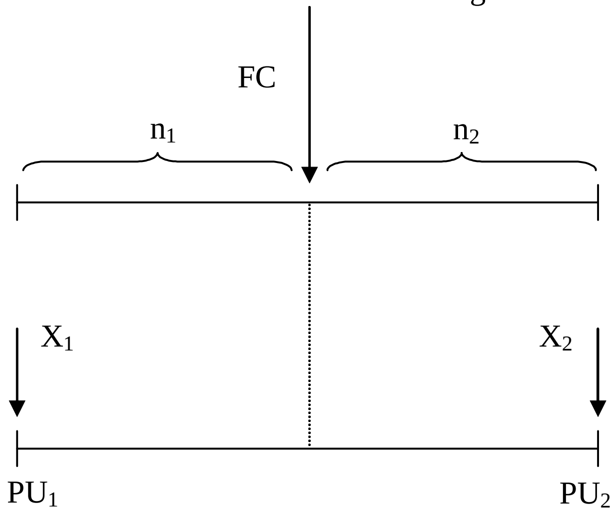
Hedge com Uso de Duration

A existência de um instrumento de hedge com prazo idêntico à duration da carteira representa uma exceção, e não a regra. Nas situações práticas é comum a solução obtida pela combinação de um instrumento mais curto e de um mais longo em quantidades definidas por algum critério de equivalência. Neste trabalho foi adotada a estratégia discutida por Bessada (1995) para montar o hedge de uma LTN (na época uma BBC) através de venda de contratos futuros de DI com vencimentos imediatamente anterior e posterior ao prazo do título. A quantidade de contratos a serem operados para a realização do hedge pode ser obtida através das equações (8) e (9) apresentadas abaixo.

$$\mathbf{X_1 = \frac{FC}{100.000} \; x \left[\frac{n_2}{n_1 + n_2}\right] x \left[\frac{PU_2}{PU_1}\right]^{\frac{n_1}{n_1+n_2}}} \qquad \mathbf{(8)}$$

$$\mathbf{X_2 = \frac{FC}{100.000} \; x \left[\frac{n_1}{n_1 + n_2}\right] x \left[\frac{PU_1}{PU_2}\right]^{\frac{n_2}{n_1+n_2}}} \qquad \mathbf{(9)}$$

Onde, X_1 = número de contratos futuros de DI do primeiro vencimento a serem operados;
X_2 = número de contratos futuros de DI do segundo vencimento a serem operados;
n_1 = número de dias úteis entre o prazo até o primeiro vencimento e a duration;
n_2 = número de dias úteis entre a duration e o prazo até o segundo vencimento;
PU_1 = cotação do contrato futuro DI de 1 dia de primeiro vencimento;
PU_2 = cotação do contrato futuro DI de 1 dia de segundo vencimento.



Emprego da Forward Monetary Duration na Gestão de Riscos de Mercado

O Value at Risk (VaR) é uma ferramenta poderosa para a quantificação de riscos de mercado. Segundo Jorion (2001) uma de suas principais vantagens do VaR para o administrador-generalista (alta direção) é a capacidade de sintetizar, em um único número, a perda financeira esperada com determinado grau de confiança. Tal característica foi determinante na decisão do Comitê da Basiléia (BIS) de adotá-lo como metodologia para alocação de capital em instituições financeiras.

O poder de sintetização do VaR, por outro lado, é uma de suas maiores limitações pois ele não informa ao administrador-especialista (gestor de fator de risco / operador) a origem específica dos riscos e que ações devem ser tomadas para a redução dos mesmos. Uma medida mais útil do ponto de vista tático / operacional é exatamente a *Monetary Duration* (MD) que, usada em conjunto com o VaR, permite uma visão mais ampla e profunda dos aspectos geradores dos riscos de mercado.

O modelo paramétrico simplificado de VaR descrito pela equação (10) abaixo pode ser facilmente derivado das equações (3) e (4). O *value at risk* para intervalo de confiança de 95% representa a variação no valor da carteira (ΔP) para determinado cenário (Δi) com probabilidade de 95% de não ser superado. Assumindo-se a distribuição de retornos de (1+i) como normal com desvio padrão σ, pode-se afirmar que tal cenário equivale a $\Delta_i^{95\%}$ = $1{,}65.\sigma.(1+i_0)$ quando a taxa de juros de equilíbrio inicial é i_0.

$$\mathbf{VaR_{95\%} = P_0 \ x \ \frac{-D_0}{(1+i_0)} \ x \ 1{,}65 \ x \ \sigma \ x \ (1+i_0) = 10.000 \ x \ MD_0 \ x \ 1{,}65 \ x \ \sigma \ x \ (1+i_0)} \quad \mathbf{(10)}$$

Pode-se inferir que esta medida de risco é função do comportamento dos preços de mercado do fator de risco i (Componente Modelo Externo, descrita pela parcela $1{,}65.\sigma.(1+i_0)$ na equação), e das características da carteira em análise (Componente Modelo Interno, sintetizada pela *Monetary Duration* MD_0). O enquadramento do VaR deve ocorrer, portanto, pela introdução de alterações (operações de hedge) na componente controlável do modelo (MD). Caso se deseje reduzir em 30% o VaR (assumindo-se, naturalmente, manutenção das condições de mercado) basta introduzir operações na carteira de modo a reduzir em **aproximadamente** 30% a *monetary duration* da mesma (o grau de aproximação dependerá da relação complexa entre o perfil da carteira e as características do fator de risco).

O modelo acima, no entanto, é baseado no conceito de duration, e por decorrência, nas hipóteses de ETTJ *flat* e movimentos paralelos. A flexibilização da ETTJ introduzida através do conceito de *forward monetary duration* também pode ser aplicada aqui, o que corresponde ao seccionamento da medida de VaR para movimentos diferenciados ao longo da ETTJ. O VaR total equivale à agregação (correlacionada) das medidas parciais.

O ANEXO III apresenta uma demonstração de quanto a metodologia baseada em Fwd_MD é uma ferramenta para estruturação de hedge superior, em todos os sentidos, à duration tradicional. A *forward monetary duration* permite também a introdução de hedge parcial por *bucket* de forma diferenciada segundo cenários de oscilação de taxas traçados pelos gestores. As seguintes informações estão contidas no anexo:

- Quadro IXa – Cenário Simulado: podemos observar aqui as novas taxas de mercado decorrentes da simulação de flutuações diferenciadas (Δi) nas taxas *forward* (coluna 2 – rotação da ETTJ no sentido anti-horário com queda acentuada no curto prazo). O valor 10,70% na linha 3, coluna 3 resulta da subtração de Δi = 5,00% à taxa original 15,70% apresentada na linha 3, coluna 6 do Quadro I, e as novas taxas *spot* (coluna 4) são mera decorrência destas taxas *forward*.
- Quadro IXb – MTM dos Fluxos sob Cenário Simulado: são apresentados aqui os fatores de desconto (baseados na interpolação dos dados do quadro IXa), e os MTM do fluxos de caixa sob este novo cenário de taxas simuladas.

- Quadro IXc – Cálculo do Hedge por Duration: apresenta o valor da duration da carteira e as quantidades de contratos DI-futuros a serem operados, calculadas com base nas equações (8) e (9).
- Quadro X – ΔMTM (Carteira + Hedge) para Cenário Simulado: apresenta o valor de mercado agregado da carteira original e da carteira de hedge com base nas taxas correntes ($MTM_{(i)}$) e no cenário simulado ($MTM_{(i+\Delta i)}$), e o real impacto causado pela oscilação nas taxas de juros (ΔMTM). Tal verificação é demonstrada para carteiras de hedge calculadas com base em duas metodologias distintas: *Full Valuation* Fwd_MD e Duration. Notar que a proteção por duration é menos efetiva, resultando neste caso em prejuízo de 400.246.

Finalmente, pode-se argumentar também em favor da Fwd_MD como medida mais adequada para alocação e controle de limites operacionais para a tesouraria. Sendo uma medida mais estável que o VaR (menos volátil) permite aos operadores aquisição de maior sensibilidade ao longo do tempo e evita questionamentos e discussões infrutíferas sobre as metodologias de geração de cenários utilizadas no cálculo do VaR (algumas arbitrárias pela própria natureza).

Neste caso o *value at risk* passaria a ser monitorado em nível hierárquico superior. O Comitê de Gestão de Riscos de Mercado, por exemplo, emitiria instruções esporádicas de restrição aos limites de Fwd_MD no caso de alterações efetivas nas condições de mercado (períodos de crise reais ou projetados), evitando-se a introdução automática de restrições operacionais causadas por oscilações pontuais e espúrias de mercado (*outliers*).

Referências Bibliográficas

BESSADA, Octavio. *O Mercado Futuro e de Opções (cap.III)*. 2ª edição. Rio de Janeiro: Record, 1995.

FABOZZI, Frank J. *Bond Markets, Analysis and Strategies*. 4th Edition. New Jersey: Prentice Hall, 2000.

HULL, John. *Introdução aos Mercados Futuros e de Opções*. 2ª edição. BM&F e Cultura Editores Associados, 1996.

JORION, Phillippe. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. McGraw Hill. 2001.

SALOMON BROTHERS INC. *Understanding Duration and Volatility*. September, 1985.

SAUNDERS, Anthony. *Financial Institutions Management: A Modern Perspective*. 2nd edition. Irwin, 1996.

SECURATO, José Roberto (coord.). *Cálculo Financeiro das Tesourarias – Bancos e Empresas*. 2ª edição. Saint Paul Institute of Finance, 2003.

UYEMURA, Dennis G., VAN DEVENTER, Donald R. *Financial Risk Management in Banking : The Theory and Application of Asset and Liability Management*. Chicago: Probus, 1992.

ANEXO I

Data	16/4/2004

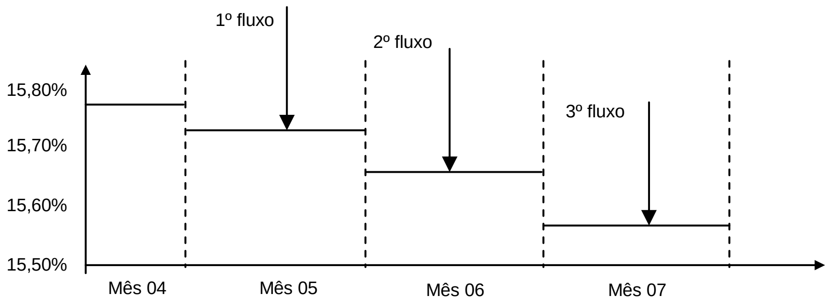
Basis-Point	0,01%

QUADRO I - Dados de Mercado (Modelo Externo)

	Vencim.	PU	D.U.	D.U. Acum.	Taxa fwd	Taxa spot
1º DI	3/5/2004	99.421	10	10	15,76%	15,76%
2º DI	1/6/2004	98.220	21	31	15,70%	15,72%
3º DI	1/7/2004	97.045	21	52	15,53%	15,64%
4º DI	2/8/2004	95.840	22	74	15,39%	15,57%

QUADRO II - Carteira (Modelo Interno e MTM)

	Vencim.	D.U.	D.U. Acum.	Valor Nominal	Taxa Spot	Fator de Desconto	MTM
1º fluxo	14/5/2004	20	20	100.000.000	15,73%	0,9884722	98.847.219
2º fluxo	18/6/2004	25	45	100.000.000	15,66%	0,9743528	97.435.277
3º fluxo	16/7/2004	20	65	100.000.000	15,59%	0,9633108	96.331.081



QUADRO III - Novos Fatores de Desconto para Variações de 1bp na Taxa Forward do Mês M

	Δi mês 04	Δi mês 05	Δi mês 06	Δi mês 07
1º fluxo	0,9884688	0,9884688		
2º fluxo	0,9743494	0,9743458	0,9743481	
3º fluxo	0,9633075	0,9633039	0,9633039	0,9633065

QUADRO IV - Fwd_MD por Full Valuation para os Fluxos de Caixa da Carteira

Bucket	Δi mês 04	Δi mês 05	Δi mês 06	Δi mês 07	Total Fwd MD	Δ1bp Tx Spot	Spot MD
mês 05	(338,83)	(339,01)			(677,84)	(677,84)	(677,87)
mês 06	(333,99)	(701,74)	(468,51)		(1.504,25)	(1.504,24)	(1.504,32)
mês 07	(330,21)	(693,79)	(694,80)	(430,63)	(2.149,43)	(2.149,41)	(2.149,53)
Total	(1.003,03)	(1.734,54)	(1.163,31)	(430,63)	(4.331,52)	(4.331,49)	(4.331,71)

QUADRO V - Novos PU's para Variações de 1bp na Taxa Forward do Mês M

	Δi mês 04	Δi mês 05	Δi mês 06	Δi mês 07
1º DI	99.420,59			
2º DI	98.219,62	98.219,25		
3º DI	97.044,96	97.044,59	97.044,59	
4º DI	95.839,38	95.839,02	95.839,02	95.838,98

QUADRO VI - Fwd MD por Full Valuation para uma Unidade dos DI-futuros

	Δi mês 04	Δi mês 05	Δi mês 06	Δi mês 07	Total Fwd MD
1º DI	(0,34080)				(0,34080)
2º DI	(0,33668)	(0,70739)			(1,04408)
3º DI	(0,33266)	(0,69893)	(0,69995)		(1,73154)
4º DI	(0,32852)	(0,69025)	(0,69126)	(0,72504)	(2,43507)
Total	(1,33866)	(2,09658)	(1,39121)	(0,72504)	(5,55149)

ANEXO II

QUADRO VI - Fwd MD por Full Valuation para uma Unidade dos DI-futuros

	Δi mês 04	**Δi mês 05**	**Δi mês 06**	**Δi mês 07**	**Total**
1º DI	(0,34080)				(0,34080)
2º DI	(0,33668)	(0,70739)			(1,04408)
3º DI	(0,33266)	(0,69893)	(0,69995)		(1,73154)
4º DI	(0,32852)	(0,69025)	(0,69126)	(0,72504)	(2,43507)
Total	(1,33866)	(2,09658)	(1,39121)	(0,72504)	(5,55149)
Hedge (*)	(0,34080)	(0,70739)	(0,69995)	(0,72504)	

(*) Fwd_MD Total da carteira teórica para hedge de cada "bucket" (compra de um contrato DI-futuro com vencimento na data final do bucket, e venda de PU_{longo} / PU_{curto} contratos com vencimento na data inicial do mesmo)

QUADRO IV - Fwd MD por Full Valuation para os Fluxos de Caixa da Carteira

	Δi mês 04	**Δi mês 05**	**Δi mês 06**	**Δi mês 07**	**Total Fwd MD**
1º fluxo	(338,83)	(339,01)			(677,84)
2º fluxo	(333,99)	(701,74)	(468,51)		(1.504,25)
3º fluxo	(330,21)	(693,79)	(694,80)	(430,63)	(2.149,43)
Total	(1.003,03)	(1.734,54)	(1.163,31)	(430,63)	(4.331,52)

QUADRO VII - Recomendações para Hedge da Carteira por Bucket

	Δi mês 04	**Δi mês 05**	**Δi mês 06**	**Δi mês 07**	**Total Contratos**
1º DI	2943,18	(2422,39)			520,79
2º DI		2452,01	(1642,11)		809,90
3º DI			1661,99	(586,56)	1.075,43
4º DI				593,94	593,94

QUADRO VIII - Fwd MD para Carteira de Hedge com DI-futuros

	Δi mês 04	**Δi mês 05**	**Δi mês 06**	**Δi mês 07**	**Total**
1º DI	177,48				177,48
2º DI	272,68	572,92			845,60
3º DI	357,75	751,65	752,75		1.862,15
4º DI	195,12	409,97	410,57	430,63	1.446,29
Total	1.003,03	1.734,54	1.163,31	430,63	4.331,52

ANEXO III

QUADRO IXa - Cenário Simulado

	Δ i forward	Taxa Forward	Taxa Spot
1º DI	-10%	5,76%	5,76%
2º DI	-5%	10,70%	9,08%
3º DI	0%	15,53%	11,64%
4º DI	5%	20,39%	14,18%

QUADRO IXb - MTM dos Fluxos sob Cenário Simulado

	Fator de	MTM
1º fluxo	0,99376	99.376.297,81
2º fluxo	0,98146	98.145.874,63
3º fluxo	0,96822	96.821.530,38

QUADRO IXc - Cálculo do Hedge por Duration

Duration >	43,00	Contrato
X1	1274,50	**2º DI**
X2	1720,12	**3º DI**

QUADRO X - ΔMTM (Carteira + Hedge) para Cenário Simulado

Valores em R$ mil

		Saques	Hedge por Full-Valuation Fwd MD			Hedge por Duration		
			Fluxos	MTM (i)	MTM (i + Δi)	Fluxos	MTM (i)	MTM (i + Δi)
CARTEIRA	**1º fluxo**	20	100.000	98.847	99.376	100.000	98.847	99.376
	2º fluxo	45	100.000	97.435	98.146	100.000	97.435	98.146
	3º fluxo	65	100.000	96.331	96.822	100.000	96.331	96.822
HEDGE	**1º DI**	10	(52.079)	(51.777)	(51.963)			
	2º DI	31	(80.990)	(79.549)	(80.129)	(127.450)	(125.182)	(126.095)
	3º DI	52	(107.543)	(104.365)	(105.126)	(172.012)	(166.929)	(168.147)
	4º DI	74	(59.394)	(56.923)	(57.126)			
Total				(0,00)	(0,33)		502,51	102,27
Δ MTM			**(0,33)**			**(400,25)**		